T O P O L O G I A
WPPT I, sem. letni
EGZAMIN POPRAWKOWY

Wrocław, 28 czerwca 2007

ZADANIE 1.
Niech X będzie przestrzenią metryczną i niech $f : X \to Y$ będzie dowolną funkcją o wartościach w przestrzeni dyskretnej Y. Wykaż, że zbiór punktów, w których f jest nieciągła, jest domknięty.

ZADANIE 2.
Zbadaj zbieżność ciągu rekurencyjnego (w razie zbieżności oblicz granicę)

$$a_0 = 1410$$
$$a_{n+1} = \frac{\pi \cos(a_n)}{3\sqrt{3}}.$$

ZADANIE 3.
Niech $f : X \to Y$ będzie funkcją ciągłą z przestrzeni metrycznej X w przestrzeń metryczną Y. Który ze wzorów jest prawdziwy dla dowolnego zbioru $A \subset X$?

1. $f(\delta A) = \delta(f(A))$;
2. $f(\delta A) \supset \delta(f(A))$;
3. $f(\delta A) \subset \delta(f(A))$;
4. żaden z powyższych wzorów.

Oczywiście odpowiedź należy udowodnić.

ZADANIE 4.
Niech (X, d) i (X', d') będą przestrzeniami metrycznymi ośrodkowymi. Wykaż, że produkt $X \times Y$ z metryką ,,maksimum":

$$d''((x, x'), (y, y')) = \max\{d(x, y), d'(x', y')\}$$

jest też przestrzenią ośrodkową.

ZADANIE 5.
Udowodnij, że zbiór Cantora $\mathfrak{C}$ jest nigdzie gęsty w $[0, 1]$.